

JEE (Main + Advanced) : ENTHUSIAST COURSE

SCORE-I

Test Type : PART TEST

Test Pattern : BOARD PATTERN

TEST DATE : 25 - 12 - 2016

Time Allowed : 3 Hours (1 Hours for each subject)

Maximum Marks : 85

निर्धारित समय : 3 घण्टे (प्रत्येक विषय के लिए 1 घण्टा)

अधिकतम अंक : 85

- Please check that this question paper contain 7 printed pages.
- Please check that this question paper contains 11 questions in Physics, Chemistry and Mathematics. Mathematics divided into Four sections A, B, C and D. Section A comprises of 3 questions, Section B comprises of 2 questions, Section C comprises of 4 questions and Section D comprises of 2 questions.
- Please write down the serial number of the question before attempting it.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 7 हैं।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में भौतिक, रसायन विज्ञान एवं गणित में 11 प्रश्न हैं, जिसमें गणित चार खण्डों में विभाजित हैं : अ, ब, स तथा द। खण्ड अ में 3 प्रश्न हैं, खण्ड ब में 2 प्रश्न हैं, खण्ड स में 4 प्रश्न तथा खण्ड द में 2 प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

IMPORTANT INSTRUCTIONS

1. All questions are compulsory.
2. Marks for each question are indicated against it.
3. There are three parts in the question paper.

The distribution of marks subjectwise in each part is as under for each correct response.

Part A – Physics (25 marks) – 11 Questions.

Questions No. 1 to 3 carry 1 marks each = 3 marks

Questions No. 4 to 7 carry 2 marks each = 8 marks

Questions No. 8 to 10 carry 3 marks each = 9 marks

Questions No. 11 carry 5 marks = 5 marks

Part B – Chemistry (25 marks) – 11 Questions.

Questions No. 1 to 3 carry 1 marks each = 3 marks

Questions No. 4 to 7 carry 2 marks each = 8 marks

Questions No. 8 to 10 carry 3 marks each = 9 marks

Questions No. 11 carry 5 marks each = 5 marks

Part C – Mathematics (35 marks) – 11 Questions.**Sec. A :** Questions No. 1 to 3 carry 1 marks each = 3 marks**Sec. B :** Questions No. 4 & 5 carry 2 marks each = 4 marks**Sec. C :** Questions No. 6 to 9 carry 4 marks each = 16 marks**Sec. D :** Questions No. 10 & 11 carry 6 marks each = 12 marks**महत्वपूर्ण निर्देश**

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. प्रत्येक प्रश्न के सामने अंक दर्शाए गए हैं।
3. प्रश्न पत्र में तीन भाग हैं।

प्रत्येक भाग में प्रत्येक सही उत्तर के लिये अंकों का विषयवार वितरण नीचे दिए अनुसार होगा।

भाग A – भौतिक विज्ञान (25 अंक) – 11 प्रश्न

प्रश्न संख्या 1 से 3 तक प्रत्येक 1 अंक का है = 3 अंक।

प्रश्न संख्या 4 से 7 तक प्रत्येक 2 अंक का है = 8 अंक।

प्रश्न संख्या 8 से 10 तक प्रत्येक 3 अंक का है = 9 अंक।

प्रश्न संख्या 11, 5 अंक का है = 5 अंक।

भाग B – रसायन विज्ञान (25 अंक) – 11 प्रश्न

प्रश्न संख्या 1 से 3 तक प्रत्येक 1 अंक का है = 3 अंक।

प्रश्न संख्या 4 से 7 तक प्रत्येक 2 अंक का है = 8 अंक।

प्रश्न संख्या 8 से 10 तक प्रत्येक 3 अंक का है = 9 अंक।

प्रश्न संख्या 11, 5 अंक का है = 5 अंक।

भाग C – गणित (35 अंक) – 11 प्रश्न**खण्ड A :** प्रश्न संख्या 1 से 3 तक प्रत्येक 1 अंक का है = 3 अंक।**खण्ड B :** प्रश्न संख्या 4 एवं 5 प्रत्येक 2 अंक का है = 4 अंक।**खण्ड C :** प्रश्न संख्या 6 से 9 तक प्रत्येक 4 अंक का है = 16 अंक।**खण्ड D :** प्रश्न संख्या 10 एवं 11 प्रत्येक 6 अंक का है = 12 अंक।

You may use the following values of physical constants wherever necessary :

जहाँ आवश्यक हो आप निम्नलिखित भौतिक नियतांकों के मानों का उपयोग कर सकते हैं :

$$c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}, \quad h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}, \quad e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1},$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}, \quad \text{Mass of neutron (न्यूट्रॉन की संहति)} \quad m_n \cong 1.6 \times 10^{-27} \text{ kg},$$

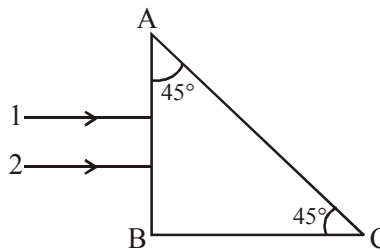
$$\text{Boltzmann's constant (बोल्ट्जमान नियतांक)} \quad k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1},$$

$$\text{Avogadro's number (आवोगाद्रो की संख्या)} \quad N_A = 6.023 \times 10^{23} / \text{mole}$$

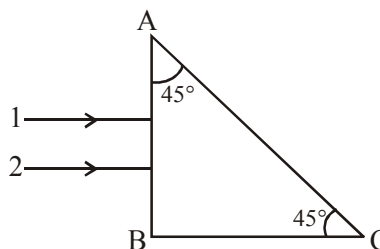
HAVE CONTROL → HAVE PATIENCE → HAVE CONFIDENCE ⇒ 100% SUCCESS

PART A - PHYSICS

- यदि किसी गोलीय गाउसीय पृष्ठ की त्रिज्या में वृद्धि कर दी जाए, तो उसमें परिवर्द्ध किसी बिन्दुकित आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र में क्या परिवर्तन होगा ? [1]
How does the electric flux due to a point charge enclosed by a spherical Gaussian surface get affected when its radius is increased ?
- भंवर धाराओं के उपयोग का एक उदाहरण दीजिए। [1]
Give one example of use of eddy currents.
- आवेशित कण की कुण्डलिनी गति का क्या कारण हो सकता है ? [1]
What can be the cause of helical motion of a charged particle ?
- स्थिर-वैद्युत परिरक्षण क्या है ? वास्तविक व्यवहार में इस गुण का उपयोग कैसे किया जाता है ? क्या किसी आवेशित चालक की गुहिका में विभव शून्य होता है ? [2]
What is electrostatic shielding ? How is this property used in actual practice ? Is the potential in the cavity of a charged conductor zero ?
- ध्रुवित प्रकाश और अध्रुवित प्रकाश में विभेदन कीजिए। क्या किसी पोलैरोइड द्वारा उत्सर्जित ध्रुवित प्रकाश की तीव्रता उसके अभिविन्यास पर निर्भर करती है ? संक्षिप्त में व्याख्या कीजिए। [2]
ध्रुवित प्रकाश के किसी पुन्ज के कम्पन पोलैरोइड शीट के अक्ष के साथ 60° का कोण बनाते हैं। प्रकाश का कितना प्रतिशत इस शीट से पारगमित होगा ? [2]
Distinguish between polarized and unpolarized light. Does the intensity of polarized light emitted by a polaroid depend on its orientation ? Explain briefly.
The vibrations in a beam of polarized light make an angle of 60° with the axis of the polaroid sheet. What percentage of light is transmitted through the sheet ?
- किसी समद्विबाहु समकोण प्रिज्म ABC के फलक AB पर दर्शाए अनुसार एकवर्णी प्रकाश की दो किरणें अभिलम्बवत् आपतन करती हैं। काँच के प्रिज्म के अपवर्तनांक किरणों '1' व '2' के लिए क्रमशः 1.35 और 1.45 हैं। इन किरणों का प्रिज्म में प्रवेश करने के पश्चात् का पथ आरेखित कीजिए। [2]



Two monochromatic rays of light are incident normally on the face AB of an isosceles right-angled prism ABC. The refractive indices of the glass prism for the two rays '1' and '2' are respectively 1.35 and 1.45. Trace the path of these rays after entering through the prism.



7. धारिता C के किसी समान्तर पट्टिका संधारित्र को विभव V तक आवेशित किया गया। इसके पश्चात् इसे समान धारिता के किसी अन्य संधारित्र, जो आवेशित नहीं है, से संयोजित किया जाता है। संयुक्त निकाय में संचित ऊर्जा और आरम्भ में एकल संधारित्र में संचित ऊर्जा का अनुपात ज्ञात कीजिए। [2]

A parallel plate capacitor of capacitance C is charged to a potential V . It is then connected to another uncharged capacitor having the same capacitance. Find out the ratio of the energy stored in the combined system to that stored initially in the single capacitor.

8. दो कुण्डलियों के बीच 'अन्योन्य प्रेरकत्व' पद की परिभाषा लिखिए। दो लम्बे समाक्ष सोलेनॉइडों, जिनमें प्रत्येक की लम्बाई ℓ तथा त्रिज्याएँ r_1 and r_2 ($r_2 \gg r_1$) हैं, के युगल के अन्योन्य प्रेरकत्व के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। इन दो सोलेनॉइडों में लपेटों की कुल संख्या क्रमशः N_1 और N_2 है। [3]

Define the term 'mutual inductance' between the two coils.

Obtain the expression for mutual inductance of a pair of long coaxial solenoids each of length ℓ and radii r_1 and r_2 ($r_2 \gg r_1$). Total number of turns in the two solenoids are N_1 and N_2 respectively.

9. किसी 20 cm फोकस दूरी के उत्तल लेंस को 20 cm. वक्रता त्रिज्या के उत्तल दर्पण के समाक्ष रखा गया है। दोनों के बीच की दूरी 15 cm है। कोई बिन्दुकित बिम्ब उत्तल लेंस के सामने 60 cm दूरी पर रखा है। इस संयोजन द्वारा प्रतिबिम्ब बनना दर्शाने के लिए किरण आरेख खींचिए। इस प्रतिबिम्ब की स्थिति और प्रकृति निर्धारित कीजिए। [3]

A convex lens of focal length 20 cm is placed coaxially with a convex mirror of radius of curvature 20 cm. The two are kept at 15 cm from each other. A point object lies 60 cm in front of the convex lens. Draw a ray diagram to show the formation of the image by the combination. Determine the nature and position of the image formed.

10. किसी श्रेणी LCR परिपथ पर कोई वोल्टता $V = V_0 \sin \omega t$ अनुप्रयुक्त की जाती है। एक चक्र में औसत क्षयित शक्ति के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

किसी अवस्था में (i) यद्यपि परिपथ में विद्युत् धारा प्रवाहित हो रही है फिर भी शक्ति-क्षय नहीं होता, (ii) परिपथ में अधिकतम शक्ति-क्षय होता है ? [3]

A voltage $V = V_0 \sin \omega t$ is applied to a series LCR circuit. Derive the expression for the average power dissipated over a cycle.

Under what condition is (i) no power dissipated even though the current flows through the circuit, (ii) maximum power dissipated in the circuit ?

11. (a) संक्षेप में वर्णन कीजिए कि किसी एकवर्णी प्रकाश स्रोत द्वारा प्रदीप्त किसी एकल पतली झिरी के कारण किसी पर्दे पर विवर्तन पैटर्न किसी प्रकार प्राप्त किया जाता है। इस प्रकार द्वितीयक उच्चिष्ठ और द्वितीयक निम्निष्ठ की कोणीय चौड़ाई के लिए शर्तें प्राप्त कीजिए।

(b) 2×10^{-6} m द्वारक की एकल झिरी द्वारा होने वाले विवर्तन का अध्ययन करने के लिए बारी-बारी से सोडियम के प्रकाश की 590 nm और 596 nm की दो तरंगदैर्घ्यों का उपयोग किया गया। झिरी और पर्दे के बीच की दूरी 1.5 m है। दोनों प्रकरणों में प्राप्त विवर्तन पैटर्नों में पहले उच्चिष्ठ की स्थितियों के बीच पृथकन परिकलित कीजिए। [5]

(a) Describe briefly how a diffraction pattern is obtained on a screen due to a single narrow slit illuminated by a monochromatic source of light. Hence obtain the conditions for the angular width of secondary maxima and secondary minima.

(b) Two wavelengths of sodium light of 590 nm and 596 nm are used in turn to study the diffraction taking place at a single slit of aperture 2×10^{-6} m. The distance between the slit and the screen is 1.5 m. Calculate the separation between the positions of first maxima of the diffraction pattern obtained in the two cases.

PART B - CHEMISTRY

1. $AlCl_3$ और $NaCl$ में से, कौनसा ऋणात्मक सॉल को स्कंदित करने में अधिक प्रभावशाली है और क्यों ? [1]

Out of $AlCl_3$ and $NaCl$, which is more effective in causing coagulation of a negative sol and why ?
2. उस यौगिक का सूत्र लिखिए जिसमें Y तत्व ccp जालक बनाता है और X के परमाणु चतुष्फलकीय रिक्तियों का $1/3$ वाँ भाग घेरते हैं। [1]

Write the formula of a compound in which the element Y forms ccp lattice and atoms of X occupy $1/3^{\text{rd}}$ of tetrahedral voids.
3. फॉस्फोरस के किन्हीं दो ऑक्सोऐसिडों के सूत्र लिखिए। [1]

Write the formulae of any two oxoacids of phosphorus.
4. (i) क्या कारण है कि जलीय जीव ठंडे जल में अधिक अच्छा महसूस करते हैं अपेक्षाकृत गर्म जल में ? [2]

(ii) क्या होता है जब हम रक्त सेल को नमकीन जल के विलयन (अतिपरासरणदायी विलयन) में रखते हैं? कारण बताइए।

(i) Why are aquatic species more comfortable in cold water than in warm water ?

(ii) What happens when we place the blood cell in saline water solution (hypertonic solution) ? Give reason.
5. जब 1.5 A की विद्युत धारा $AgNO_3$ के विलयन में से प्रवाहित की जाती है तो कैथोड पर सिल्वर का 1.5 g जमा होने में जो समय लगता है, उसका परिकलन कीजिए। [2]

(Ag का मोलर द्रव्यमान = 108 g mol^{-1} , $1 F = 96500 \text{ C mol}^{-1}$)

Calculate the time to deposit 1.5 g of silver at cathode when a current of 1.5 A was passed through the solution of $AgNO_3$.

(Molar mass of Ag = 108 g mol^{-1} , $1 F = 96500 \text{ C mol}^{-1}$)
6. निम्नलिखित बहुलकों के एकलकों के नाम और उनकी संरचनाएं लिखिए : [1+1/2+1/2]

(i) नाइलॉन-6,6 (ii) बेकेलाइट (iii) पॉलिस्टाइरीन

Write the names and structures of the monomers of the following polymers :

(i) Nylon-6,6 (ii) Bakelite (iii) Polystyrene
7. (i) निम्नलिखित में से कौनसा एक डाइसैकेराइड है: [1/2+1+1/2]

स्टार्च, माल्टोस, फ्रक्टोस, ग्लूकोस

(ii) अम्लीय ऐमीनो एसिड और क्षारीय ऐमीनो एसिड में क्या अंतर है ?

(iii) दो न्यूक्लिओटाइडों को जोड़ने वाली लिंकेज का नाम लिखिए।

(i) Which one of the following is a disaccharide :

starch, maltose, fructose, glucose

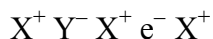
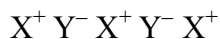
(ii) What is the difference between acidic amino acid and basic amino acid ?

(iii) Write the name of the linkage joining two nucleotides.
8. 20°C पर जल का वाष्प दाब 17.5 mm Hg है। जब ग्लूकोस (मोलर द्रव्यमान = 180 g mol^{-1}) का 15 g जल के 150 g में घुला हो, तो 20°C पर जल का वाष्प दाब परिकलित कीजिए। [3]

Vapour pressure of water at 20°C is 17.5 mm Hg. Calculate the vapour pressure of water at 20°C when 15 g of glucose (Molar mass = 180 g mol^{-1}) is dissolved in 150 g of water.

9. दिए गए दोषपूर्ण क्रिस्टल की जाँच कीजिए :

[3]



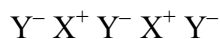
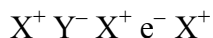
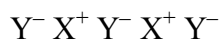
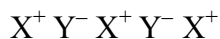
निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) उपर्युक्त दोष रससमीकरणमितीय (स्टॉइकियोमीट्रिक) है अथवा अ-रससमीकरणमितीय (अन-स्टॉइकियोमीट्रिक) है?

(ii) इलेक्ट्रॉन वाली स्थिति के लिए जो पद प्रयुक्त होता है, उसे लिखिए।

(iii) इस प्रकार का दोष दिखाने वाले यौगिक का एक उदाहरण दीजिए।

Examine the given defective crystal :



Answer the following questions :

(i) Is the above defect stoichiometric or non-stoichiometric ?

(ii) Write the term used for the electron occupied site.

(iii) Give an example of the compound which shows this type of defect.

10. (i) $[\text{Co}(\text{NH}_3)_5\text{ONO}]\text{Cl}_2$ किस प्रकार की समावयवता प्रदर्शित करता है?

[3]

(ii) क्रिस्टल क्षेत्र सिद्धान्त के आधार पर यदि $\Delta_0 < P$ है, तो d^4 आयन का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास लिखिए।

(iii) $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ में संकरण अवस्था और इसका आकार लिखिए।

(Fe का परमाणु क्रमांक = 26)

(i) What type of isomerism is shown by $[\text{Co}(\text{NH}_3)_5\text{ONO}]\text{Cl}_2$?

(ii) On the basis of crystal field theory, write the electronic configuration for d^4 ion if $\Delta_0 < P$.

(iii) Write the hybridization and shape of $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$.

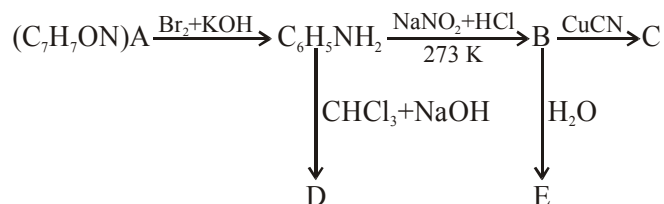
(Atomic number of Fe = 26)

11. आण्विक सूत्र $\text{C}_7\text{H}_7\text{ON}$ का एक ऐरोमैटिक यौगिक 'A' नीचे दिखाई गई एक अभिक्रिया श्रेणी में जाता है। निम्नलिखित अभिक्रियाओं में A, B, C, D और E की संरचनाएं लिखिए :

An aromatic compound 'A' of molecular formula $\text{C}_7\text{H}_7\text{ON}$ undergoes a series of reactions as shown below.

Write the structures of A, B, C, D and E in the following reactions :

[5]



PART C - MATHEMATICS
SECTION-A (खण्ड - अ)

1. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ तथा $kA = \begin{bmatrix} 0 & 4a \\ -8 & 5b \end{bmatrix}$ है, तब k तथा a का मान ज्ञात कीजिए। [1]

If $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ and $kA = \begin{bmatrix} 0 & 4a \\ -8 & 5b \end{bmatrix}$, find the values of k and a .

2. यदि सदिश \vec{a} तथा \vec{b} इस प्रकार है कि $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$, $|\vec{b}| = \frac{4}{\sqrt{3}}$ तथा $|\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{\sqrt{3}}$ हो, तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ज्ञात कीजिए। [1]

If vectors \vec{a} and \vec{b} are such that $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$, $|\vec{b}| = \frac{4}{\sqrt{3}}$ and $|\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{\sqrt{3}}$, then find $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

3. रेखाओं $2x = 3y = -z$ तथा $6x = -y = -4z$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए। [1]

Find the angle between the lines $2x = 3y = -z$ and $6x = -y = -4z$.

SECTION-B (खण्ड - ब)

4. मान ज्ञात कीजिए : $\tan \left\{ 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + \frac{\pi}{4} \right\}$ [2]

Evaluate : $\tan \left\{ 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + \frac{\pi}{4} \right\}$

5. निम्न सारणिक का मान क्या होगा ? [2]

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & a & b+c \\ 4 & b & c+a \\ 4 & c & a+b \end{vmatrix}$$

What is the value of the following determinant ?

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & a & b+c \\ 4 & b & c+a \\ 4 & c & a+b \end{vmatrix}$$

SECTION-C (खण्ड - स)

6. प्रारम्भ पंक्ति संक्रियाओं (रूपान्तरणों) के प्रयोग से निम्न आव्यूह का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए : [4]

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Using elementary row operations (transformations), find the inverse of the following matrix :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

7. p तथा q का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin^3 x}{3 \cos^2 x}, & \text{if } x < \frac{\pi}{2} \\ p, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{q(1 - \sin x)}{(\pi - 2x)^2}, & \text{if } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$, $x = \frac{\pi}{2}$ पर संतत है। [4]

Find the values of p and q , for which $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin^3 x}{3 \cos^2 x}, & \text{if } x < \frac{\pi}{2} \\ p, & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{q(1 - \sin x)}{(\pi - 2x)^2}, & \text{if } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$.

8. किसी समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजायें $2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ है। इनके विकर्णों के समान्तर दो इकाई सदिश ज्ञात कीजिए। विकर्ण सदिशों का प्रयोग करते हुए, समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [4]

The two adjacent sides of a parallelogram are $2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. Find the two unit vectors parallel to its diagonals. Using the diagonal vectors, find the area of the parallelogram.

9. ताश के 52 पत्तों की एक भली-भाँति फेंटी गई गड्डी में से दो पत्ते उत्तरोत्तर (बिना प्रतिस्थापना के) निकाले जाते हैं। लाल रंग के पत्तों की संख्या का माध्य तथा प्रसरण ज्ञात कीजिए। [4]

Two cards are drawn simultaneously (without replacement) from a well-shuffled pack of 52 cards: Find the mean and variance of the number of red cards

SECTION-D (खण्ड - द)

10. बिन्दु $P(6, 5, 9)$ से होकर जाने वाली उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो कि बिन्दुओं $A(3, -1, 2)$, $B(5, 2, 4)$ तथा $C(-1, -1, 6)$ से निर्धारित तल के समान्तर है। अतः इस समतल की बिन्दु A से दूरी भी ज्ञात कीजिए। [6]

Find the equation of a plane passing through the point $P(6, 5, 9)$ and parallel to the plane determined by the points $A(3, -1, 2)$, $B(5, 2, 4)$ and $C(-1, -1, 6)$. Also find the distance of this plane from the point A .

11. माना $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ एक फलन, $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$ द्वारा परिभाषित है। प्रदर्शित कीजिए कि $f : \mathbb{N} \rightarrow S$ एक व्युत्क्रमणीय फलन (जहाँ f का परिसर S है) f का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए तथा इसकी सहायता से $f^{-1}(31)$ तथा $f^{-1}(87)$ भी ज्ञात कीजिए। [6]

Let $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ be a function defined as $f(x) = 4x^2 + 12x + 15$. Show that $f : \mathbb{N} \rightarrow S$ is invertible (where S is range of f). Find the inverse of f and hence find $f^{-1}(31)$ and $f^{-1}(87)$.